第 6 講　2 次不等式

PART1　2次不等式の解法とその解

1　(1)　x についての 2 次不等式 $x^2-(1-a)x-a>0$ を解け。ただし，a は実数とする。

(2)　2 次不等式 $ax^2+bx+12>0$ の解が $-2<x<3$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

Point Pickup

(1)　文字係数の 2 次不等式の問題を，2 次関数のグラフで考える。2 次関数のグラフと x 軸の共有点の x 座標が，α，β であるとき，α，β の大小で場合分けを行う。

(2)　2 次不等式の解から 2 次不等式の係数を決定する問題では，2 次関数のグラフの凸方向を考えた上で，グラフと x 軸の共有点の x 座標 α，β を 2 次方程式の解として扱う。

第 6 講　PART1　確認問題

1 x についての 2 次不等式 $x^2-(a+2)x+2a \geqq 0$ を解け。

$a <$ [ア] のとき [イ]

$a =$ [ア] のとき [ウ]

$a >$ [ア] のとき [エ]

[[イ]~[エ] の選択肢]

① $a \leqq x \leqq 2$　② $2 \leqq x \leqq a$

③ $x \leqq a,\ 2 \leqq x$　④ $x \leqq 2,\ a \leqq x$

⑤ すべての実数

⑥ $x = 2$ 以外のすべての実数

⑦ $x = 2$　⑧ 解なし

2 2 次不等式 $ax^2+bx-6<0$ の解が $-3<x<1$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

$a =$ [オ]，$b =$ [カ]

第 6 講　2 次不等式

PART1　2次不等式の解法とその解

1 (1)　x についての 2 次不等式 $x^2-(1-a)x-a>0$ を解け。ただし，a は実数とする。

(2)　2 次不等式 $ax^2+bx+12>0$ の解が $-2<x<3$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

(1)　$x^2-(1-a)x-a>0$ より $(x+a)(x-1)>0$

(i)　$-a<1$ つまり $a>-1$ のとき

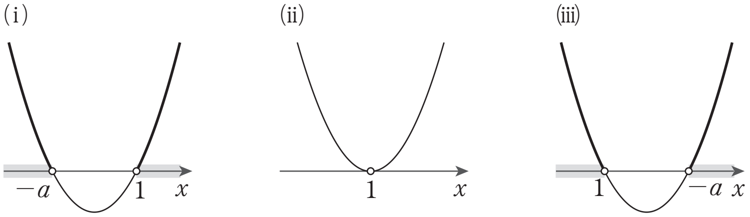
求める解は　$x<-a$，$1<x$

(ii)　$-a=1$ つまり $a=-1$ のとき

求める解は　$x=1$ 以外のすべての実数

(iii)　$1<-a$ つまり $a<-1$ のとき

求める解は　$x<1$，$-a<x$



(i)～(iii)より

$a>-1$ のとき　$x<-a$，$1<x$

$a=-1$ のとき　$x=1$ 以外のすべての実数

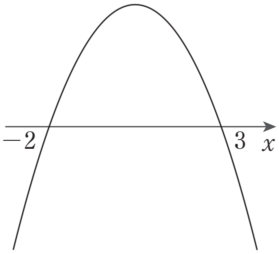
$a<-1$ のとき　$x<1$，$-a<x$

(2)　条件より，2 次関数 $y=ax^2+bx+12$ のグラフは上に凸であり，x 軸との共有点の x 座標は $x=-2$，3 である。

すなわち，$a<0$ かつ 2 次方程式 $ax^2+bx+12=0$ の 2 つの解が $x=-2$，3 である。

ゆえに　$a<0$，$4a-2b+12=0$，$9a+3b+12=0$

よって　$a=-2$，$b=2$（$a<0$ を満たす）



第 6 講　PART1　確認問題 解答

1

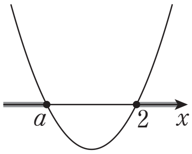
[正解] ア：2，イ：③，ウ：⑤，エ：④

[解説]

$x^2-(a+2)x+2a \geqq 0$ より　$(x-a)(x-2) \geqq 0$

(i)　$a<2$ のとき [A]

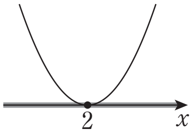
求める解は　$x \leqq a$，$2 \leqq x$



[A]　文字係数の 2 次不等式は，2 次関数のグラフと x 軸の共有点の x 座標 α，β の大小で場合分けを行う。

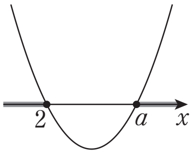
(ii)　$a=2$ のとき

求める解は　すべての実数



(iii)　$2<a$ のとき

求める解は　$x \leqq 2$，$a \leqq x$



(i)～(iii)より

$a<2$ のとき　$x \leqq a$，$2 \leqq x$

$a=2$ のとき　すべての実数

$a>2$ のとき　$x \leqq 2$，$a \leqq x$

2 **[正解]** オ：2，カ：4

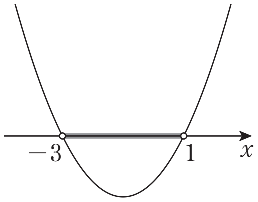
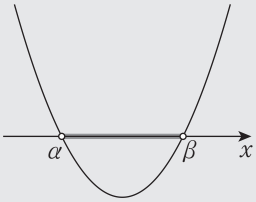
[解説]

条件より，2 次関数 $y=ax^2+bx-6$ のグラフは $-3<x<1$ のときだけ x 軸より下側にある。ゆえに，グラフは下に凸であり，x 軸との共有点の x 座標は $x=-3,\ 1$ である。 [B]

すなわち，$a>0$ かつ 2 次方程式 $ax^2+bx-6=0$ の 2 つの解が $x=-3,\ 1$ である。

ゆえに　$a>0,\ 9a-3b-6=0,\ a+b-6=0$

よって　$\boldsymbol{a=2,\ b=4}$　（$a>0$ を満たす）



[B]　2 次不等式の解から 2 次不等式の係数を決定する問題では，2 次関数のグラフの向きを考えた上で，グラフと x 軸の共有点の x 座標 α，β を 2 次方程式の解として扱う。